

## РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

*Разработали: доценты А.Акбаров и А.Ю.Частоедова*

Иногда возникает необходимость описать диаграмму рассеяния с помощью математического уравнения. Математическое выражение корреляционной зависимости называется уравнением регрессии и имеет вид:

$$Y = a_1 + b_{y/x} X - \text{прямое уравнение}$$

$$X = a_2 + b_{x/y} Y - \text{обратное уравнение}$$

Где  $a$  и  $b$  коэффициенты регрессии, рассчитываемые по формулам:

$$b_{y/x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

Для вычисления коэффициента регрессии с помощью программы, нужно ввести соответствующую формулу: после знака равно ссылаемся на значение коэффициента корреляции Бравэ – Пирсона на нашей таблице, ставим умножение, открываем скобки среднеквадратическое отклонение относительно  $X$ , делим на среднеквадратическое отклонение относительно  $Y$  и закрываем скобки. После нажатия на большую клавишу Enter получаем числовой результат нашей формулы. Следующая формула  $b_{x/y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  вычисляется аналогично.

$$a_1 = \bar{Y} - b_{y/x} \bar{X}$$

$$a_2 = \bar{X} - b_{x/y} \bar{Y}$$

Для вычисления этих формул ссылаемся на среднеарифметическое значение спортивных результатов, ставим знак минус, коэффициент выборки умножаем на среднеарифметическое значение спортивных результатов по  $X$  или по  $Y$ .

Для оценки качества уравнения регрессии вычисляется остаточное среднеквадратическое отклонение по формулам:

$$\sigma_{y/x} = \sigma_y \sqrt{1-r^2}$$

$$\sigma_{x/y} = \sigma_x \sqrt{1-r^2}$$

Для решения значения остаточных среднеквадратических отклонений с помощью программы, формулы нужно разделить и решить по частям. Нам нужно сначала возвести в квадрат коэффициент корреляции полученное в выше примерах, это делаем с помощью функции «Степень». Потом полученный результат отнимаем от единицы и выводим из корня. Таким образом, мы получаем значения остаточных среднеквадратических отклонений относительно Y.

Эти оценки абсолютны, и их нельзя сравнить между собой. Поэтому вводят оценки относительной погрешности уравнения, которые рассчитывают по формулам:

$$\delta_{y/x} = \frac{\sigma_{y/x}}{\bar{Y}} 100\%$$

$$\delta_{x/y} = \frac{\sigma_{x/y}}{\bar{X}} 100\%$$

### **Пример**

Рассчитаем уравнение регрессии для данных, используемых в предыдущем разделе при корреляционном анализе.

### **Решение**

✚ Вычислим коэффициенты регрессии по формулам

$b_{y/x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$  Это формула в программе MS Excel выглядит иначе,

$=C19*(D17/C17)$  в активной ячейке вводя формулу, мы ссылаемся на

другие ячейки с данными и получаем результат формулы.  $b_{y/x} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} =$

0,9

$$b_{x/y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = C19*(C17/D17)$$

$$b_{x/y} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} = 0,7$$

$$a_1 = \bar{Y} - b_{y/x} \bar{X} = B13 - (B21 * A13)$$

$$a_1 = \bar{Y} - b_{y/x} \bar{X} = 127,02$$

$$a_2 = \bar{X} - b_{x/y} \bar{Y} = A13 - (B23 * B13)$$

$$a_2 = \bar{X} - b_{x/y} \bar{Y} = -60,9$$

✚ и запишем уравнения регрессии в форме

$Y = 0.91 + 2.65 X$  - прямое уравнение

$X = 1.1 + 0.28 Y$  - обратное уравнение

✚ Вычислим значения остаточных среднеквадратических отклонений по формулам

$$\sigma_{y/x} = \sigma_y \sqrt{1 - r^2}$$

$$\sigma_{x/y} = \sigma_x \sqrt{1 - r^2}$$

Для вычисления с помощью функции Степень возводим в квадрат, затем результат отнимаем от 1, выводим из корня, результат формулы умножаем на среднеквадратическое отклонение относительно Y. Следующая формула выполняется аналогично. Значения остаточных среднеквадратических отклонений относительно X выполняется точно также.

✚ Вычислим относительную погрешность уравнений по формулам, таким

же способом:  $\delta_{y/x} = \frac{\sigma_{y/x}}{\bar{Y}} 100\%$  значения остаточных

среднеквадратических отклонений делим на Y среднее и умножаем на 100%.

$$\delta_{x/y} = \frac{\sigma_{x/y}}{\bar{X}} 100\%$$

Следующая формула выполняется таким же образом.

На рисунке таблица в программе MS Excel.

16			$\sigma_x$	$\sigma_y$	
17	корень		2,04	2,26	=КОРЕНЬ(G15)
18					=КОРЕНЬ(F15)
19	Браве-Пирсон		0,81		=F14/(10*C17*D17)
20					
21	by/x	0,9			=C19*(D17/C17)
22					
23	bx/y	0,7			=C19*(C17/D17)
24					
25	a1	127,02	$f_x$		=B13-(B21*A13)
26	a2	-60,934			=A13-(B23*B13)
27					
28	sigy/x	1,32	0,66	$f_x$	=СТЕПЕНЬ(C20;2)
29			0,34	$f_x$	=1-C30
30			0,58	$f_x$	=КОРЕНЬ(C31)
31	sigx/y	0,69			=C17*C29
32	sigy/x	0,006			=(B28/B13)*100%
33	sigx/y	0,007			=(B31/A13)*100%
34					

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

### Критические значения t-критерия Стьюдента

Число степеней свободы	Уровни значимости $\alpha$		
	0.05	0.01	0.001
$\nu$			
1	12.71	63.66	-

2	4.30	9.92	31.60
3	3.18	5.84	12.92
4	2.78	4.60	8.61
5	2.57	4.03	6.87
6	2.45	3.71	5.96
7	2.37	3.50	5.41
8	2.31	3.36	5.04
9	2.26	3.25	4.78
10	2.23	3.17	4.59
20	2.09	2.85	3.85
30	2.04	2.75	3.65
60	2.00	2.66	3.46



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акбаров А., Мусаев Б.Б. Спорт метрологияси (Дарслик). - Т., «Тафаккур қаноти» - 2014, 424 б.
2. Акбаров А., Частоедова А.Ю., Методы математической статистики. – Т. УзГИФК, 2011, 43 с.
3. Барникова И.Э., Самсонова А.В., Ципин Л.Л., Оценка размера эффекта при статистической обработке данных в спорте, Теория и практика физической культуры. 2019. № 7. С. 71-73.
4. Вафоев Б., Частоедова А., Ирнарарова В. Основы математико-статистического анализа в спорте. Ўқув қўлланма. – Ч.: ЎзДЖТСУ, 2019. 288 бет.
5. Иода Е.В. Статистика: Учебное пособие. - М.: Вузовский учебник: НИЦ Инфра-М, 2012. - 303 с. [http:// www.znaniyum.com](http://www.znaniyum.com)
6. Зациорский В.М. Спортивная метрология. Учеб. Для институтов физической культуры. – М.: Физкультура и спорт, 1982 г.
7. Канакова Л. П. Основы математической статистики в спорте : [метод. пособие] / Л. П. Канакова. – Томск, 2001. – 125 с.
8. Новиков Д.А. Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи) [Текст] /- М.: МЗ-Пресс, 2004. -67 с.
9. Симонович С., Евсеев Г., Алексеев А., «Практическая информатика» АСТ Пресс 2006г.
10. Статистика. Практикум: учеб.пособие для бакалавров/ Под ред. И.И.Елисеевой. - М. :Юрайт, 2014. - 514с.
11. Частоедова А.Ю., Яхшиева М., Сравнительный анализ статистических программ , 2019 й., №1, с.43-46.
12. Шумак О.А., Гераськин А.В. Статистика: Учебное пособие. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2012. - 311 с.[http:// www..znaniyum.com](http://www..znaniyum.com)

## Internet сайты

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Linear\\_algebra](https://en.wikipedia.org/wiki/Linear_algebra)
2. <https://www.math.ucdavis.edu/~linear/linear-guest.pdf>
3. [www.mcce.ru](http://www.mcce.ru)
4. [www.lib.mexmat.ru](http://www.lib.mexmat.ru)
5. [www.a-geometry.narod.ru](http://www.a-geometry.narod.ru)
6. [www.allmath.ru](http://www.allmath.ru)
7. [www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)
8. <https://mathematics.ru>
9. <https://math1.ru>
10. <http://mathprofi.ru>
11. <http://mathemlib.ru>